

# Laboratoire de Mathématiques et Informatique pour la Complexité et les Systèmes MICS

**Présente** 

## L'AVIS DE SOUTENANCE

#### De Monsieur Mouad EL Bouchattaoui

Équipe Biomathématiques, Laboratoire MICS, CentraleSupélec, Université Paris-Saclay, soutiendra publiquement ses travaux de thèse de doctorat intitulés :

# "Learning Causality for Longitudinal Data"

Sous la Direction Monsieur Paul-Henry COURNÈDE

## Le jeudi 6 novembre à 14h

À CentraleSupélec, dans l'Amphi V (Bâtiment Eiffel).

## Membres du jury:

**Erwan Scornet**, Rapporteur et Examinateur, *Sorbonne Université – LPSM et SCAI* **Marianne Clausel**, Rapporteure et Examinatrice, *Université de Lorraine – Groupe de recherche SiMul, CRAN* 

Aurore Lomet, Examinatrice, CEA – Centre de Saclay, LIAD Gilles Faÿ, Examinateur, Université Paris-Saclay – CentraleSupélec, Laboratoire MICS

### Résumé:

Cette thèse porte sur l'inférence causale et l'apprentissage de représentations causales (CRL) pour des données de haute dimension évoluant dans le temps, avec des applications en médecine de précision, en marketing et en distribution.

La première contribution introduit le modèle Causal Dynamic Variational Autoencoder (CDVAE), conçu pour estimer les effets individuels du traitement (ITE) en capturant l'hétérogénéité non observée dans la réponse au traitement, due à des facteurs de risque latents. Contrairement aux approches classiques supposant que tous les facteurs confondants sont observés, CDVAE se concentre sur les variables latentes influençant la séquence de réponses. Ce modèle repose sur des garanties théoriques relatives à la validité des variables d'ajustement latentes et aux bornes de généralisation de l'erreur d'estimation des ITE. Des évaluations extensives sur des jeux de données synthétiques et réels montrent que CDVAE surpasse les méthodes existantes. De plus, nous démontrons que les modèles à l'état de l'art améliorent significativement leurs estimations d'ITE lorsqu'ils sont enrichis par les substituts latents appris par CDVAE, atteignant des performances proches de l'oracle sans accès direct aux véritables variables d'ajustement.

La deuxième contribution traite le défi de l'estimation des effets de traitement à long terme à travers une nouvelle approche de régression contrefactuelle, axée sur l'efficacité computationnelle et la précision de la prévision. En s'appuyant sur des réseaux de neurones récurrents (RNN) enrichis par le codage prédictif contrastif (CPC) et la maximisation de l'information mutuelle (InfoMax), le modèle capture les dépendances temporelles à long terme en présence de facteurs confondants variant dans le temps, tout en évitant les coûts computationnels associés aux transformers. Ce cadre établit de nouveaux standards en estimation contrefactuelle sur des jeux de données synthétiques et réels, et constitue la première intégration du CPC en inférence causale.

La troisième contribution aborde l'apprentissage de représentations causales (CRL), qui vise à découvrir des facteurs latents causaux influençant des observations de haute dimension. Si les progrès récents du CRL ont mis l'accent sur l'identifiabilité dans l'espace latent, l'interprétabilité de la manière dont ces causes latentes se manifestent dans les variables observées n'est pas encore suffisamment explorée – en particulier dans les données structurées comme les données tabulaires longitudinales. Nous introduisons un mécanisme d'interprétabilité agnostique à l'architecture du modèle utilisé, fondé sur la géométrie du Jacobien du décodeur. En imposant une contrainte de parcimonie auto-expressive sur les colonnes du Jacobien, nous induisons une structure modulaire où les variables observées sont regroupées selon leurs influences latentes partagées. Cette contrainte permet de retrouver des regroupements significatifs – potentiellement chevauchants - reflétant la structure causale sous-jacente. Nous établissons des conditions formelles garantissant l'identification cohérente de ces groupes : dans le cas disjoint, nous prouvons la détection de sous-espaces; dans le cas chevauchant, nous établissons des bornes d'erreur de classification. Nos résultats montrent que la structure causale latente peut être récupérée à partir de la géométrie différentielle, sans recourir à des hypothèses restrictives telles que les variables ancrées ou les décodages mono-parentaux. Audelà des apports théoriques, nous proposons une technique de régularisation basée sur le Jacobien, à la fois efficace et adaptée aux domaines à grande dimension.

#### **Abstract:**

This thesis addresses causal inference and causal representation learning (CRL) for high-dimensional, time-varying data, with applications across fields such as precision medicine, marketing, and retail.

The first contribution introduces the Causal Dynamic Variational Autoencoder (CDVAE), a model designed to estimate Individual Treatment Effects (ITEs) by capturing unobserved heterogeneity in treatment response due to latent risk factors. Unlike traditional approaches that assume some confounders are unobserved,

CDVAE focuses on unobserved variables affecting only the outcome sequence. CDVAE is grounded in theoretical guarantees concerning the validity of latent adjustment variables and generalization bounds on ITEs estimation error. Extensive evaluations on synthetic and real-world datasets show that CDVAE outperforms existing baselines. Moreover, we demonstrate that state-of-the-art models significantly improve their ITE estimates when augmented with the latent substitutes learned by CDVAE, approaching oracle-level performance without direct access to the true adjustment variables.

The second contribution expands on the challenge of long-term treatment effect estimation through a novel approach to counterfactual regression over time, prioritizing computational efficiency and long-term forecasting accuracy. By leveraging Recurrent Neural Networks (RNNs) enhanced with Contrastive Predictive Coding (CPC) and Information Maximization (InfoMax), the model captures long-term dependencies in the presence of time-varying confounders while avoiding the computational costs associated with transformers. This framework achieves state-of-the-art results in counterfactual estimation across synthetic and real-world datasets and is the first to incorporate CPC into causal inference.

The third contribution tackles Causal Representation Learning (CRL), which seeks to uncover high-level latent factors that influence complex, high-dimensional observations. While recent advances in CRL have emphasized identifiability in the latent space, they often leave open the interpretability of how latent causes manifest in the observed variables—especially in structured data such as longitudinal tabular records. In this work, we introduce a model-agnostic interpretability layer grounded in the geometry of the decoder's Jacobian. By enforcing a sparse self-expression prior on the Jacobian columns, we induce a modular structure wherein observed features are grouped according to shared latent influences. This constraint enables the recovery of meaningful, potentially overlapping clusters of observed variables, reflecting the underlying generative graph. We provide formal conditions under which these clusters can be consistently identified: in the disjoint setting, we prove subspace detection guarantees using tools from sparse subspace clustering; in the overlapping case, we derive misclassification bounds under a structured latent-feature model that combines sparsity, incoherence, and dominance conditions. Our results demonstrate that latent-to-observed causal structure can be recovered from gradient geometry without restrictive assumptions such as anchor features or single-parent decoding. Beyond the theoretical contributions, we propose efficient Jacobian-based regularization techniques that scale to high-dimensional domains.